

بسم الله الرحمن الرحيم

تحرک پذیری مکانیکی، قطر آئرو دینامیک و
فاصله توقف استوک

دکتر احمد نیک پی
عضو هیات علمی دانشگاه علوم پزشکی قزوین
گروه بهداشت حرفه ای
تاریخ انتشار پاییز ۱۳۹۲
nikpey@gmail.com

منبع

- مهندسی کنترل آلودگی هوا، نوئل دنورز، فصل هشتم
- **Hinds, W. C. (1999) Aerosol Technology: Properties, Behavior, and measurement of air born particles. John Willey & Sons Inc.chap3**
- **Friedlander S. K. (2000) Smoke, dust, and haze: fundamentals of aerosol dynamics. Oxford University Press.**
- http://aerosol.ees.ufl.edu/aerosol_trans/section07.html

اهداف آموزشی

- آشنایی با تحرک مکانیکی
- محاسبه سرعت ته نشینی با توجه به تحرک مکانیکی
- زمان استراحت یا تطبیق و ارتباط آن با سرعت ته نشینی
- مسافت توقف
- قطر آئرودینامیک ذرات کروی و غیر کروی

تحرك مکانیکی Mechanical Mobility

- در سرعت ته نشینی نهایی نیروی دراگ معادل نیروی جاذبه است

$$F_D = F_G = mg$$

$$3\pi \eta V d_p = \frac{(\rho_p - \rho_g) \pi d_p^3 g}{6}$$

$$\Rightarrow V_{TS} = \frac{\rho_p d_p^2 g}{18\eta}$$

for $d_p > 1\mu m$ & $Re < 1$

$$B = \frac{V}{F_D} = \frac{1}{3\pi \eta d_p} \quad \text{for } d_p > 1\mu m$$

$$V_{TS} = F_G B$$



مقایسه تحرک مکانیکی با سایز ذرات

$d(\mu\text{m})$	$V_{ts}(\text{m/s})$	$F_G(\text{N})$	$B(\text{mN/s})$
2.5	9.8×10^{-4}	4.17×10^{-13}	2.3×10^9
5	3.92×10^{-3}	3.3×10^{-12}	1.1×10^9
10	0.0156	2.66×10^{-11}	5.8×10^8
15	0.035	9×10^{-11}	3.8×10^8
20	0.062	2.13×10^{-10}	2.9×10^8
30	0.141	7.2×10^{-10}	1.9×10^8
40	0.250	1.7×10^{-9}	1.4×10^8

سرعت ته نشینی نهایی، نیروی دراگ و تحرک
 مکانیکی ذره کروی به قطر ۲/۵ میکرومتر از اکسید
 آهن در هوای آرام چقدر است؟
 دانسیته اکسید آهن 2.5g/cm^3
 ویسکوزیته سینماتیک هوا $1.81 \times 10^{-5} \text{ pa.s}$

سرعت ته نشینی

$$V_{TS} = \frac{\rho_p d^2 g}{18\eta} = \frac{5200 \times (2.5 \times 10^{-6})^2 \times 9.81}{18(1.81 \times 10^{-5})} = 9.8 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = 66000 V_d = 66000(9.8 \times 10^{-4})(2.5 \times 10^{-6}) = 1.62 \times 10^{-4}$$

نیروی دراگ

$$F_d = 3\pi\eta V_d = 3\pi(1.81 \times 10^{-5})(9.8 \times 10^{-4})(2.5 \times 10^{-6}) = 4.18 \times 10^{-13} \text{ N}$$

تحرک پذیری ذره

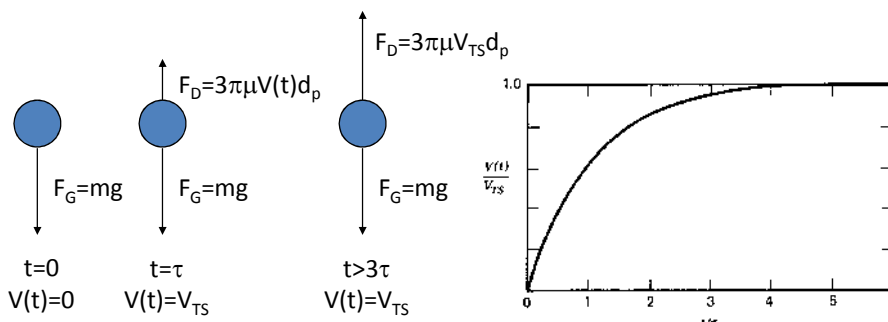
$$B = \frac{V_{TS}}{F_G} = \frac{9.8 \times 10^{-4}}{4.17 \times 10^{-13}} = 2.35 \times \frac{10^9 \text{ m}}{\text{N}} \cdot \text{s}$$

زمان استراحت relaxation time

$$\tau = mB$$

$$\tau = mB = \rho_p \frac{\pi d_p^3}{6} \left(\frac{C_c}{3\pi\eta d_p} \right) = \frac{\rho_p d_p^2 C_c}{18\eta}$$

$$V_{TS} = \tau g$$



زمان استراحت ذرات ۰,۰۱-۱۰۰ میکرومتر

$d_p (\mu\text{m})$	$\rho_p (\text{kg/m}^3)$	$\eta (\text{Pa}\cdot\text{s})$	$\lambda (\mu\text{m})$	$\tau (\mu\text{s})$
۰,۰۱	۱۰۰۰	$1,8 \times 10^{-5}$	۰,۰۶۶	۰,۰۰۸
۰,۱	۱۰۰۰	$1,8 \times 10^{-5}$	۰,۰۶۶	۰,۰۷۸
۱	۱۰۰۰	$1,8 \times 10^{-5}$	۰,۰۶۶	۰,۷۷۸
۱۰	۱۰۰۰	$1,8 \times 10^{-5}$	۰,۰۶۶	۷,۷۷۹
۱۰۰	۱۰۰۰	$1,8 \times 10^{-5}$	۰,۰۶۶	۷۷,۸۰۳

مسافت توقف استوک

$$F = -\frac{3\pi\mu dv}{C_c} = ma = \frac{\pi}{6} D^3 \rho_{\text{particle}} \frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{18\mu V}{D^2 \rho C_c}$$

$$\int_{v=V}^{v=0} dv = -\frac{18\mu}{D^2 \rho C} \int_{x=0}^{x=X} dx$$

$$X = \frac{VD^2 \rho_{\text{ذره}} C_c}{18\mu}$$

$$S = V_0 \tau = V_0 m B$$

ذره کروی به قطر یک میکرومتر با وزن مخصوص ۲،
با سرعت 10m/s به طور افقی از منبع انتشاری
پرتاب می شود. با فرض اینکه از اثر جاذبه صرف نظر
شود، ذره تا پیش از توقف بر اثر اصطکاک ناشی از
ویسکوزیته هوا چه مسافتی را طی می کند؟

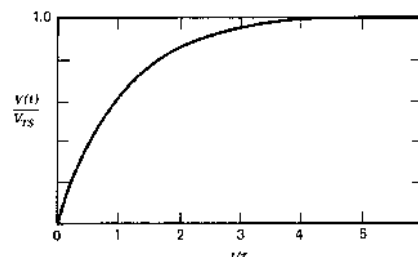
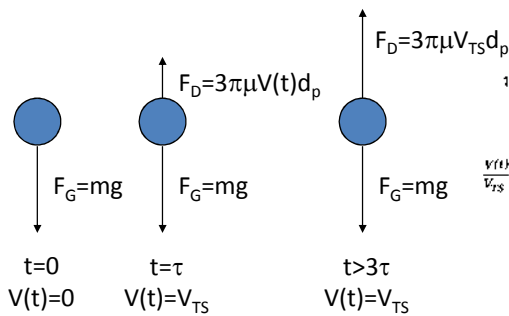
$$X = \frac{10 \left(\frac{m}{s} \right) (10^{-12} m) (2000 \left(\frac{kg}{m^3} \right) (1.12))}{18 \left(1.8 \times 10^{-5} \frac{kg}{m \cdot s} \right) - 69 \mu} = 6.9 \times 10^{-5} m$$




مسافت توقف Stopping Distance

$$S = V_0 \tau = V_0 m B$$

$$F = -\frac{3\pi\eta dv}{C_c} = ma = \frac{\pi}{6} D^3 \rho_{particle} \frac{dV}{dt}$$

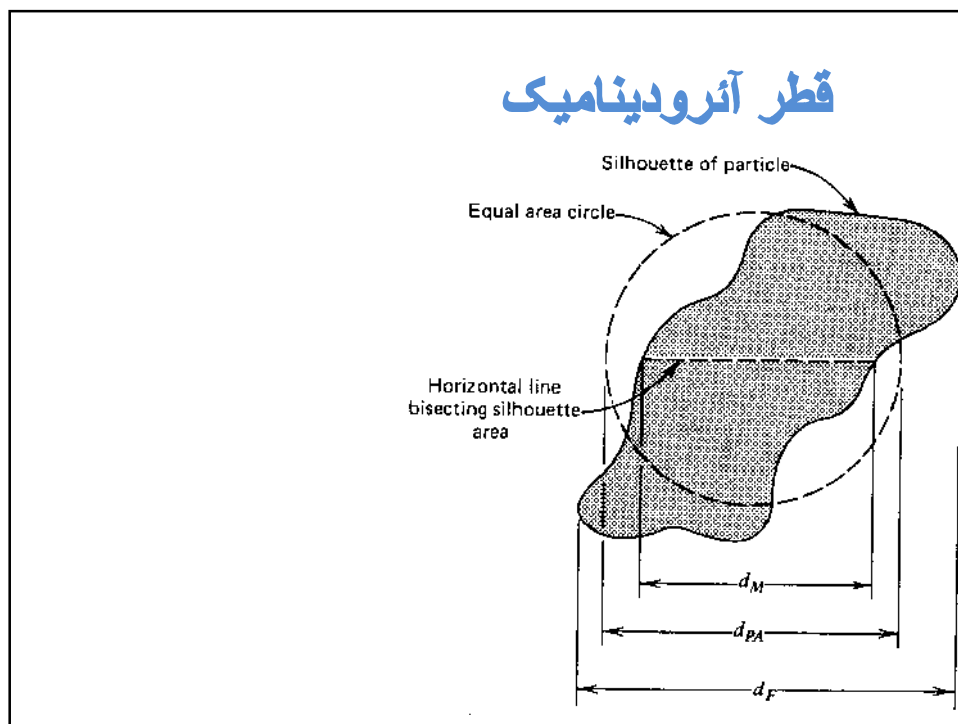
$$X = \frac{VD^2 \rho_{particle} C_c}{18\eta}$$



مسافت توقف در هوا		
'Particle' size (not to scale)	Settling velocity	Stop distance*
 2000 µm Grain of salt	6.9 m/s	12.8 m
 100µm	250mm/s	127mm
 1µm	0.035mm/s	0.004mm

مسافت توقف در هوا		
Time for unit density particles to reach their terminal velocity		
d_p (µm)	3τ (ms)	S^* (cm)
0.01	0.00002	6.8×10^{-6}
0.1	0.00026	8.8×10^{-5}
1	0.011	3.6×10^{-3}
10	0.85	0.23
100	65	12.7

* $V_0 = 1000$ cm/s



قطر آئرو دینامیک:

معادله توقف استوک: ذراتی که دارای مقادیر یکسانی از $(D^2 \rho_p C_c)$ باشند، در سرعت های اولیه مشابه از مسافت توقف یکسانی در هوا برخوردار هستند.

$$X = \frac{VD^2 \rho_{\text{ذره}} C_c}{18\eta} \quad d_a = d_p \sqrt{\rho_p C_c}$$

برای ذرات کوچک تر از ۱ میکرومتر با اعمال ضریب کانینگهام

مثال: قطر آئرو دینامیک ذره کروی به قطر یک دهم میکرون با دانسیته ۲ گرم بر سانتی مربع مکعب را محاسبه کنید.

$$d_a = d_p \sqrt{\rho C_c} = \left(\frac{2g}{cm^3} \times \frac{2}{21} \right) = 0.21 \mu m$$

Aerodynamic Diameter

• قطر استوک d_s

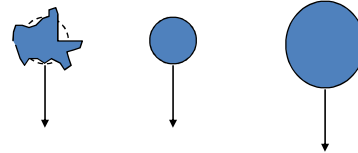
• قطر آئرو دینامیک d_a ($\rho_0 = 1 \text{ g/cm}^3$)

$$V_{TS} = \frac{\rho_p d_e^2 g}{18\mu X} = \frac{\rho_s d_s^2 g}{18\mu} = \frac{\rho_0 d_a^2 g}{18\mu}$$

$$X = \frac{\rho_p}{\rho_0} \left(\frac{d_e}{d_a} \right)^2 = \frac{\rho_p}{\rho_s} \left(\frac{d_e}{d_s} \right)^2$$

$$d_a = d_e \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_0 X}} = d_s \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_0}}$$

Cunningham factor should be included if $d_p < 1 \mu\text{m}$



قطر آئرو دینامیک ذره ای از جنس کوارتز با $d_e = 20 \mu\text{m}$ و $\rho_p = 2700 \text{ kg/m}^3$ را محاسبه کنید؟

• $\chi: 13.6$

$$\begin{aligned} d_a &= d_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_0 \chi} \right)^{0.5} = 20 \left(\frac{2700}{1000 \times 13.6} \right)^{0.5} \\ &= 20(1.41) = 28.2 \mu\text{m} \end{aligned}$$

متشکرم